



Modèles homogénéisés pour les vibrations verticales des bâtiments

Céline CHESNAIS Claude BOUTIN Stéphane HANS



IFSTTAR



Université Paris-Est, IFSTTAR, GERS, SV, Marne-la-Vallée

Université de Lyon, ENTPE, LGCB/LTDS CNRS 5513, Vaulx-en-Velin

Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Homogénéisation des milieux périodiques discrets
- 3 Descriptions macroscopiques
- 4 Conséquences de la résonance locale
- 5 Conclusion

Motivation



L'excitation verticale des bâtiments...

- Composante importante à proximité de l'épicentre
- Vibrations dues aux chantiers ou au trafic

Motivation



L'excitation verticale des bâtiments...

- Composante importante à proximité de l'épicentre
- Vibrations dues aux chantiers ou au trafic

...entraîne une réponse complexe.

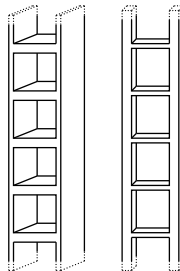
Structures creuses constituées de poutres et de plaques
bien plus rigides en traction-compression qu'en flexion

- ⇒ Modes verticaux pilotés par la traction-compression des murs et poteaux à l'échelle de la structure
- ⇒ Modes de flexion des planchers parfois dans la même gamme de fréquences

Démarche

Étude de bâtiments idéalisés =
répétition périodique de portiques

Poutre équivalente obtenue par homogénéisation



Avantages de l'homogénéisation

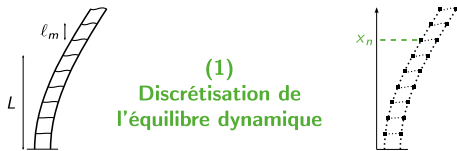
- Pas d'hypothèse (mise à part la séparation d'échelles)
 - Formulation analytique
 - Possibilité de revenir à l'échelle locale
- ⇒ Identification des paramètres clés

Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Homogénéisation des milieux périodiques discrets
- 3 Descriptions macroscopiques
- 4 Conséquences de la résonance locale
- 5 Conclusion

Homogénéisation des milieux périodiques discrets

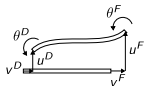
(D. Caillerie 1989)



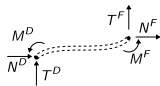
(1)

Discretisation de
l'équilibre dynamique

Intégration de la dynamique locale



Poutre d'Euler-Bernoulli



Effort = $f(u, v, \theta, \omega)$



Géométrie

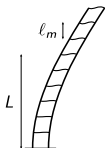


Équilibre des nœuds

$$E(x_n, \omega) = 0$$

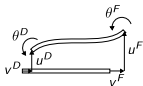
Homogénéisation des milieux périodiques discrets

(D. Caillerie 1989)

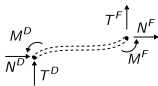


(1)
**Discrétisation de
l'équilibre dynamique**

Intégration de la dynamique locale



Poutre d'Euler-Bernoulli



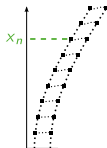
Effort = $f(u, v, \theta, \omega)$

Géometrie



Équilibre des nœuds

$$E(x_n, \omega) = 0$$



(2)
**Processus
d'homogénéisation**

Condition de séparation d'échelles

$$\epsilon = \frac{\ell_m}{L} \ll 1$$



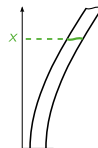
Développement des variables cinématiques

$$U_n = U^0(x_n) + \epsilon U^1(x_n) + \epsilon^2 U^2(x_n) + \dots$$

Développement des efforts nodaux

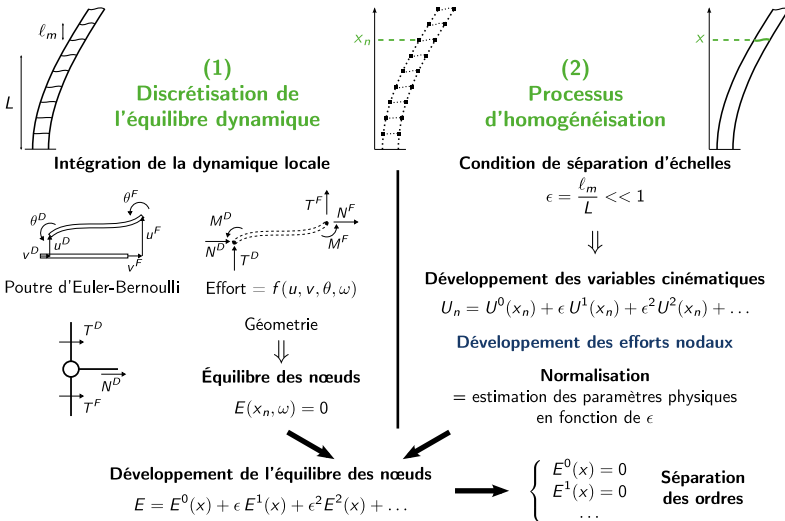
Normalisation

= estimation des paramètres physiques
en fonction de ϵ

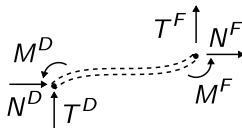
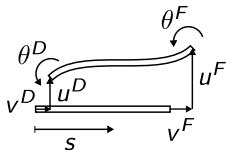


Homogénéisation des milieux périodiques discrets

(D. Caillerie 1989)



Développement des efforts nodaux



Compression

$$N = f\left(v^D, v^F, \frac{\ell}{\lambda_c}\right)$$

avec $\lambda_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho \omega^2}}$

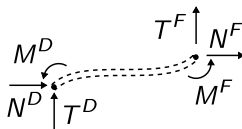
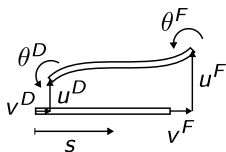
Flexion

$$T, M = f\left(u^D, u^F, \theta^D, \theta^F, \frac{\ell}{\lambda_f}\right)$$

avec $\lambda_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt[4]{\frac{EI}{\rho A \omega^2}}$

$$\Rightarrow \lambda_f \ll \lambda_c$$

Développement des efforts nodaux



Compression $N = f\left(v^D, v^F, \frac{\ell}{\lambda_c}\right)$ avec $\lambda_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho \omega^2}}$

Flexion $T, M = f\left(u^D, u^F, \theta^D, \theta^F, \frac{\ell}{\lambda_f}\right)$ avec $\lambda_f = \frac{1}{2\pi} \sqrt[4]{\frac{EI}{\rho A \omega^2}}$

$$\Rightarrow \lambda_f \ll \lambda_c$$



$$\ell \ll \lambda_f \ll \lambda_c$$

État local quasi-statique
DL de tous les efforts
Dynamique newtonienne

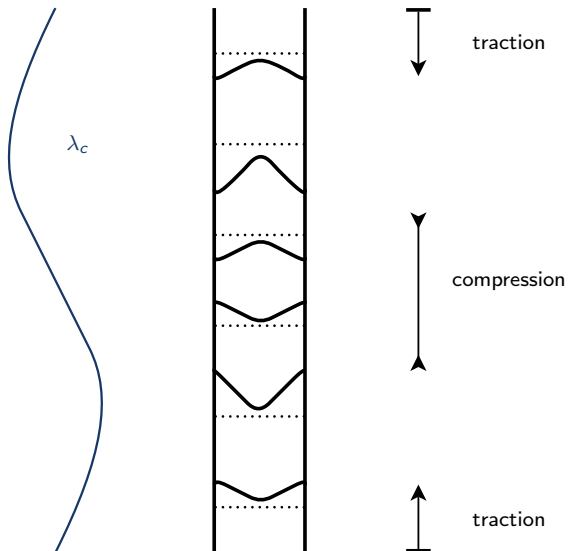
$$\ell \approx \lambda_f \ll \lambda_c$$

Résonance en flexion
DL de N uniquement
Dynamique atypique

$$\lambda_f \ll \lambda_c \approx \ell$$

Pas de séparation
d'échelles
Pas d'homogénéisation

Résonance en flexion

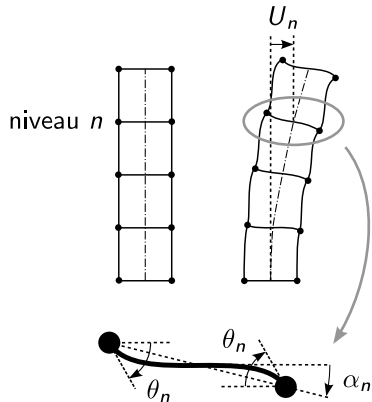


Plan de la présentation

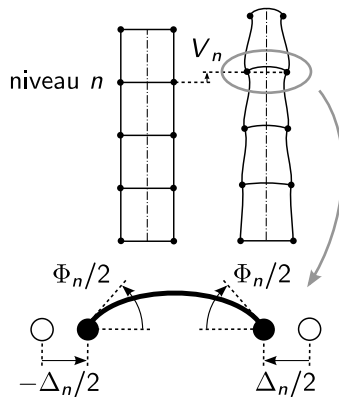
- 1 Introduction
- 2 Homogénéisation des milieux périodiques discrets
- 3 Descriptions macroscopiques**
- 4 Conséquences de la résonance locale
- 5 Conclusion

Changement de variables

Cinématique transverse



Cinématique longitudinale



Descriptions macroscopiques

État local quasi-statique

$$\ell_p \ll \lambda_f(\omega)$$

$$2E_m A_m V'' + \Lambda \omega^2 V = 0$$

Équation classique pour
les poutres en compression

Descriptions macroscopiques

État local quasi-statique

$$\ell_p \ll \lambda_f(\omega)$$

$$2E_m A_m V'' + \Lambda \omega^2 V = 0$$

Équation classique pour les poutres en compression

Résonance en flexion

$$\ell_p \approx \lambda_f(\omega)$$

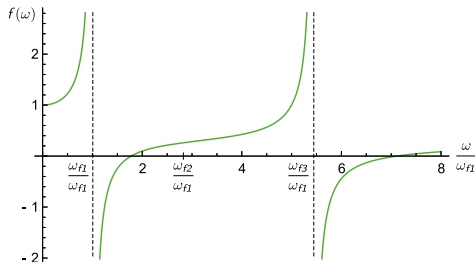
$$2E_m A_m V'' + \Lambda(\omega) \omega^2 V = 0$$

- Modification du terme d'inertie
- Masse négative après les modes impairs des planchers

Masse apparente qui dépend de la fréquence

$$\Lambda(\omega) = \Lambda_m + \Lambda_p f(\omega) \quad \text{avec}$$

$$f(\omega) = \frac{8}{3\pi \sqrt{\frac{\omega}{\omega_{f1}}} \left[\coth\left(\frac{3\pi}{4} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_{f1}}}\right) + \cot\left(\frac{3\pi}{4} \sqrt{\frac{\omega}{\omega_{f1}}}\right) \right]}$$



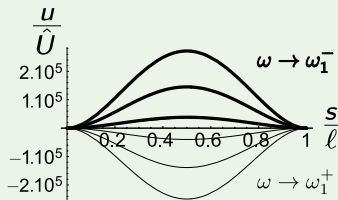
Origine physique de la masse apparente

Mouvement relatif entre les nœuds et les planchers

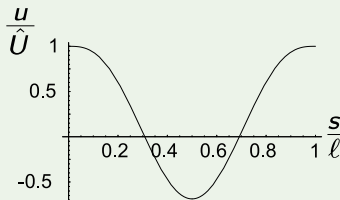
Déflexion des planchers

Conditions aux limites = déplacement vertical et en phase des nœuds d'amplitude $\hat{U}$
(rotations négligées)

1^{re} fréquence propre



2^e fréquence propre



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Homogénéisation des milieux périodiques discrets
- 3 Descriptions macroscopiques
- 4 Conséquences de la résonance locale**
- 5 Conclusion

Structure étudiée

Structure conçue pour mettre en évidence les effets de la résonance des planchers

$N = 15$ niveaux

$$E_m = E_p = 30\,000 \text{ MPa}$$

$$\nu_m = \nu_p = 0,2$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho_m = 2\,300 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_p = 14\,225 \text{ kg/m}^3 \end{array} \right\} \Lambda_p \approx \Lambda_m$$

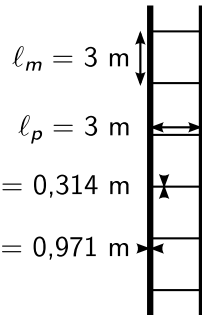
Hauteur totale $H = N \ell_m = 45 \text{ m}$

Fréquences de résonance des planchers :

$$f_{f1} = 52,08 \text{ Hz}$$

$$f_{f2} = 143,56 \text{ Hz}$$

$$f_{f3} = 281,44 \text{ Hz}$$

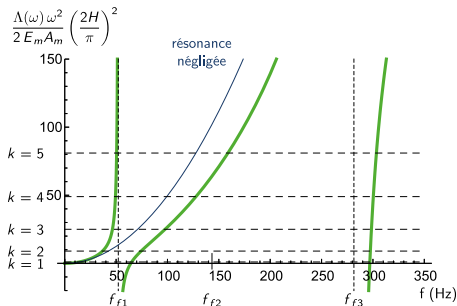


Analyse modale

Structure encastree à la base et libre en tête

$$V(x) = B \sin(\alpha x) \quad \text{avec}$$

$$\begin{cases} \alpha^2 = \frac{\Lambda(\omega) \omega^2}{2E_m A_m} \\ \cos(\alpha H) = 0 \Rightarrow \alpha_k H = \frac{(2k-1)\pi}{2} \end{cases}$$



Conséquences de la résonance locale

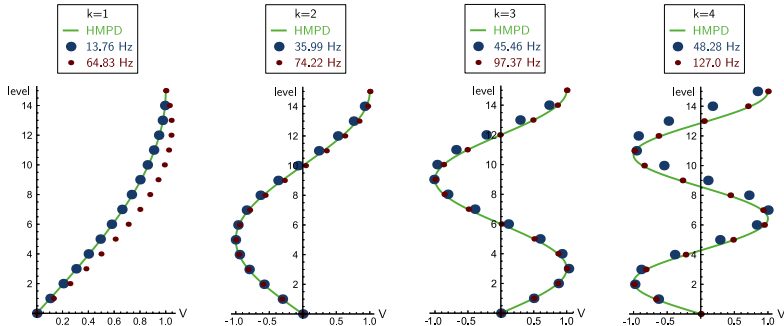
- ⇒ Modification des fréquences de résonance de la structure
- ⇒ Même déformée macroscopique à plusieurs fréquences
- ⇒ Forte densité de modes au voisinage des modes impairs des planchers

Validation numérique - Comparaison des fréquences

Déformées et fréquences modales calculées avec **CESAR-LCPC** et comparaison avec les fréquences estimées grâce à l'**homogénéisation**

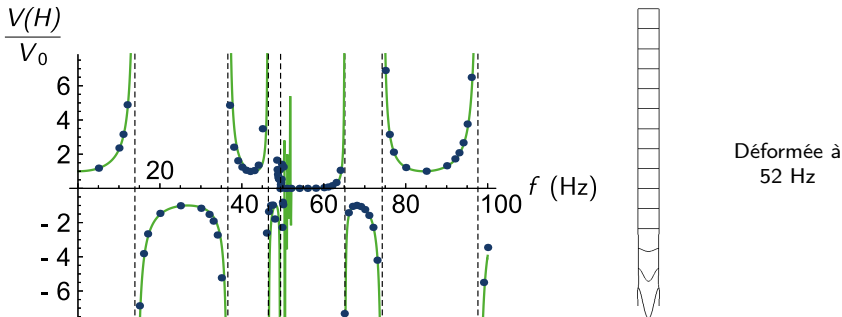
$k = 1$		$k = 2$		$k = 3$		$k = 4$	
14,00	65,14	36,73	74,35	46,42	97,68	49,36	127,8
13,76	64,83	35,99	74,22	45,46	97,37	48,28	127,0
							

Validation numérique - Comparaison des déformées



Fonction de transfert sans amortissement

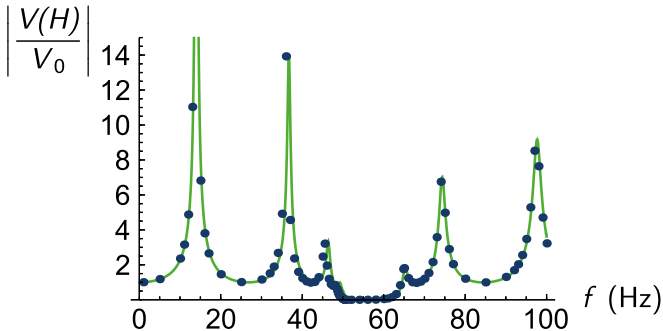
Mouvement vertical harmonique d'amplitude V_0 imposé à la base



Les fréquences pour lesquelles la masse apparente est négative constituent des **bandes de fréquences interdites** : les vibrations ne sont pas transmises au sommet de la structure.

Fonction de transfert avec amortissement

Amortissement : $E e^{i\eta}$ avec $\eta = 0,02$

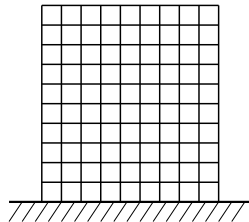


Même type de comportement
mais moins de modes avant la bande de fréquences interdites

Application aux bâtiments

Bâtiment régulier latéralement

Transposition directe



Application aux bâtiments

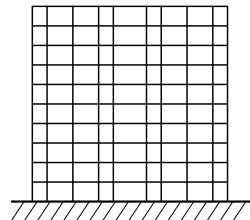
Bâtiment régulier latéralement

Transposition directe

Bâtiment plus complexe

Nombreuses fréquences de résonance associées à une faible proportion de la masse

- ⇒ Bandes de fréquences interdites très étroites
- ⇒ Répartition atypique des fréquences propres



Application aux bâtiments

Bâtiment régulier latéralement

Transposition directe

Bâtiment plus complexe

Nombreuses fréquences de résonance associées à une faible proportion de la masse

- ⇒ Bandes de fréquences interdites très étroites
- ⇒ Répartition atypique des fréquences propres

Autres effets à prendre en compte

- Existence de modes modulés
- Interaction sol-structure



Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Homogénéisation des milieux périodiques discrets
- 3 Descriptions macroscopiques
- 4 Conséquences de la résonance locale
- 5 Conclusion

Conclusion

À cause du **fort contraste de rigidité** entre la traction-compression et la flexion dans les poutres, les modes verticaux des bâtiments peuvent coïncider avec la résonance en flexion des planchers.

Conséquences

- Masse apparente qui dépend de la fréquence $\Rightarrow$ mécanique newtonienne généralisée
- Répartition atypique des modes propres
- Même déformée macroscopique à différentes fréquences
- Bandes de fréquences interdites

Conclusion

À cause du **fort contraste de rigidité** entre la traction-compression et la flexion dans les poutres, les modes verticaux des bâtiments peuvent coïncider avec la résonance en flexion des planchers.

Conséquences

- Masse apparente qui dépend de la fréquence $\Rightarrow$ mécanique newtonienne généralisée
- Répartition atypique des modes propres
- Même déformée macroscopique à différentes fréquences
- Bandes de fréquences interdites

Structures idéalisées

- Cadre d'analyse obtenu par homogénéisation
- Confirmation numérique
- Quelle importance dans des bâtiments réels ?

Merci de votre attention

Université Paris-Est, IFSTTAR
Département GERS
(Géotechnique, Environnement, Risques naturels et Sciences de la terre)
Laboratoire Séismes et Vibrations

14-20 Boulevard Newton
Cité Descartes, Champs sur Marne
F-77447 Marne la Vallée Cedex 2
Tel : 01 81 66 83 78
Mail : celine.chesnais@ifsttar.fr