JOURNEES TECHNIQUES ACOUSTIQUE ET VIBRATIONS

Réduction de modèles pour des problèmes vibro-acoustiques avec matériaux poroélastiques

Corentin Coguenanff
CSTB

IFSTTAR

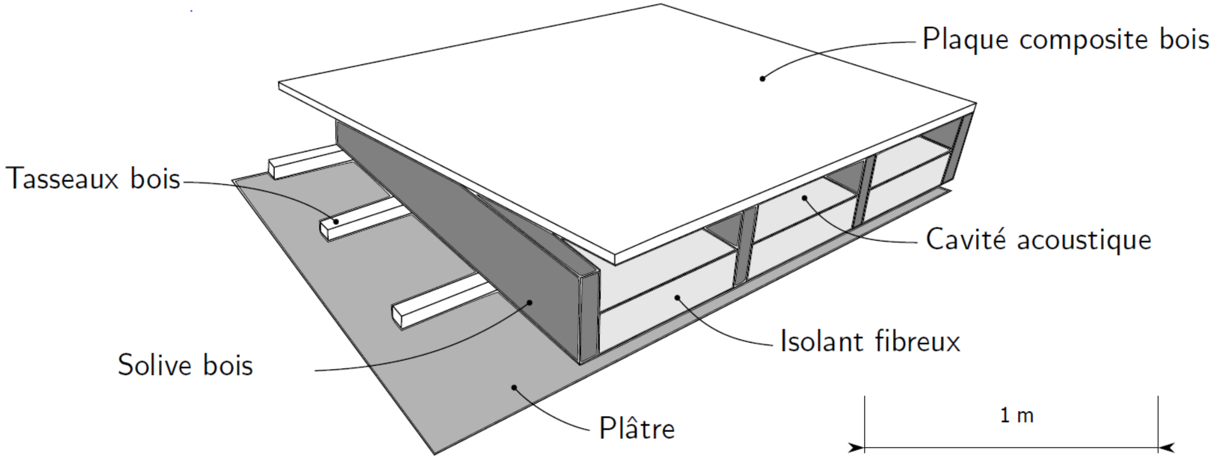
Cerema DTerCE – Lyon 1 & 2 juin 2016

Cerema

Introduction

Ingénieur Recherche et Expertise CSTB

Thèse de doctorat : « *Conception robuste aux incertitudes des systèmes légers bois en vibro-acoustique linéaire* »



Motivations pour la réduction de modèle :

- Exploration d'espaces de configurations admissibles
- Résolution de problèmes vibro-acoustiques stochastiques

Matériaux poroélastiques

Matériaux constitués d’une phase solide élastique à pores ouverts saturée par un fluide

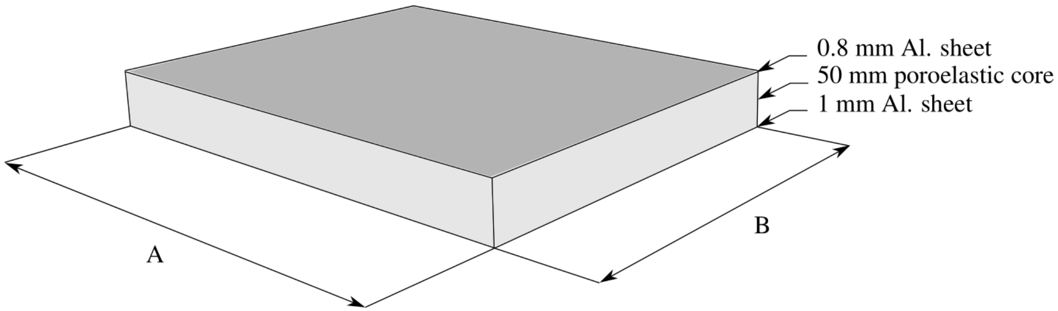
Exemples bâtiment : fibres bois, laines minérales

<u>Cadre théorique :</u> modèle de Biot-Allard

Le matériau poroélastique est modélisé à l’échelle macroscopique au travers de deux phases couplées (solide élastique et fluide).

Modèle numérique FEM

Exemple : Panneau sandwich



Equations du système couplé :

$$[\mathbb{A}^{s}(\omega)]\ \mathbb{U}^{s} = \mathbb{F}^{s}(\omega)\ ,$$
$$[\mathbb{A}^{p}(\omega)]\ \mathbb{U}^{p} = 0\ ,$$
$$[\mathcal{B}^{s}]\mathbb{U}^{s} + [\mathcal{B}^{p}]\mathbb{U}^{p} = 0\ .$$

avec :

$$[\mathbb{A}^{s}(\omega)] = -\omega^2[\mathbb{M}^{s}] + i\omega\ [\mathbb{D}^{s}] + [\mathbb{K}^{s}]$$

$$[\mathbb{A}^{p}(\omega)] = -\omega^2[\mathbb{M}^{p}] + i\omega\ [\mathbb{D}^{p}(\omega)] + [\mathbb{K}^{p}(\omega)]$$

Problème et solution générale

Plus généralement, quelque soit le domaine (structure ou poroélastique) on cherche à résoudre un problème sous la forme :

$$\left(-\omega^2[\mathbb{M}] + i\omega\,[\mathbb{D}] + [\mathbb{K}]\right)\mathbb{U} = \mathbb{F}(\omega)$$

Une solution générale du problème homogène s'écrit à partir des solutions du problème aux valeurs propre quadratique

$$\left(\lambda^2[\mathbb{M}] + \lambda\,[\mathbb{D}] + [\mathbb{K}]\right)\mathbb{X} = 0 \qquad \mathbb{Y}^*\left(\lambda^2[\mathbb{M}] + \lambda\,[\mathbb{D}] + [\mathbb{K}]\right) = 0$$

telle que $\mathbb{U}_h = \sum \mathbb{X}_\alpha q_\alpha$

Une solution particulière du problème forcé s'écrit de plus :

$$\mathbb{U}_p = \sum \mathbb{X}_\alpha \frac{\mathbb{Y}^*_\alpha \mathbb{F}(\omega)}{i\omega - \lambda_\alpha}$$

Réduction de modèles : Structure

$$[\mathbb{A}^{\mathrm{s}}(\omega)] = -\omega^2[\mathbb{M}^{\mathrm{s}}] + i\omega\,[\mathbb{D}^{\mathrm{s}}] + [\mathbb{K}^{\mathrm{s}}]$$

Classiquement : les matrices de masse, d'amortissement et de raideur sont réelles, symétriques et définies positives (en conséquence $\mathbb{Y}^* = \mathbb{X}^{\mathrm{T}}$ réels).

Même si structure viscoélastique, une bonne approximation <u>basses fréquences</u> du champ de déplacement peut-être exprimée sur la base des solutions du problème aux valeurs propres généralisé

$$\left(\lambda^2[\mathbb{M}^{\mathrm{s}}] + \cancel{\lambda[\mathbb{D}^{\mathrm{s}}]} + [\mathbb{K}^{\mathrm{s}}]\right)\mathbb{X}^{\mathrm{s}} = 0$$

telle que $\mathbb{U}^{\mathrm{s}} = \sum \mathbb{X}^{\mathrm{s}}_{\alpha} q^{\mathrm{s}}_{\alpha}$.

Pour une bande de fréquence donnée, seul un petit nombre de termes de la série peut être conservé pour obtenir une précision suffisante.

Réduction de modèles : Milieu poroélastique

$$[\mathbb{A}^{\mathrm{p}}(\omega)] = -\omega^2[\mathbb{M}^{\mathrm{p}}] + i\omega\,[\mathbb{D}^{\mathrm{p}}(\omega)] + [\mathbb{K}^{\mathrm{p}}(\omega)]$$

Les matrices d’amortissement et de raideur sont complexes et dépendantes de la fréquence.

Une solution générale du problème homogène s’écrit à partir des solutions du problème aux valeurs propre quadratique

$$\left(\lambda^2[\mathbb{M}^{\mathrm{p}}] + \lambda\,[\mathbb{D}^{\mathrm{p}}(\omega)] + [\mathbb{K}^{\mathrm{p}}(\omega)]\right)\mathbb{X}^{\mathrm{p}} = 0 \qquad \mathbb{Y}^{\mathrm{p}*}\left(\lambda^2[\mathbb{M}^{\mathrm{p}}] + \lambda\,[\mathbb{D}^{\mathrm{p}}(\omega)] + [\mathbb{K}^{\mathrm{p}}(\omega)]\right) = 0$$

telle que $\mathbb{U}^{\mathrm{p}} = \sum \mathbb{X}^{\mathrm{p}}_{\alpha}(\omega) q^{\mathrm{p}}_{\alpha}$.

Constat :

- Base dépendante de la fréquence
- Vecteurs propres complexes (phase existante entre éléments)

Réduction de modèles : Milieu poroélastique

Stratégies récentes dans la littérature

C. Batifol, M. N. Ichchou, and M. A. Galland, “Hybrid modal reduction for poroelastic materials,” Comptes Rendus - Mecanique, 2008.

R. Rumpler, J.-F. Deü, and P. Göransson, “A modal-based reduction method for sound absorbing porous materials in poro-acoustic finite element models.,” The Journal of the Acoustical Society of America, 2012.

Résolution, en première approche, du problème aux valeurs propres généralisé conservatif suivant :

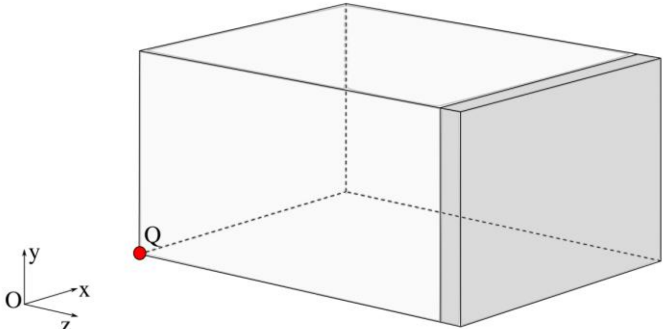
$$\left(\lambda^2[\mathbb{M}^\mathrm{p}] + \lambda\cancel{[\mathbb{D}^\mathrm{p}(0)]} + [\mathbb{K}^\mathrm{p}(0)]\right)\mathbb{X}^\mathrm{p} = 0$$

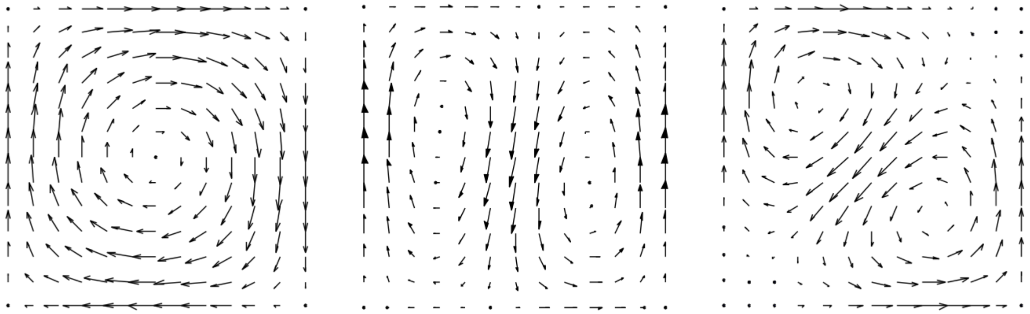
En effet, à fréquence nulle les matrices d’amortissement et de raideur sont réelles, symétriques et définies positives (d’où $\mathbb{Y}^* = \mathbb{X}^\mathrm{T}$ reels).

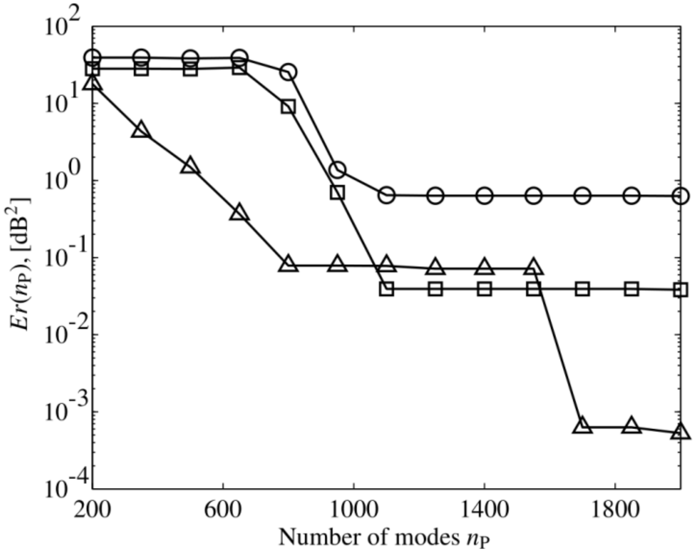
Réduction de modèles : Milieu poroélastique

Problèmes de convergence

- Nombre important de vecteurs (réels) à inclure dans la base de projection
- Vitesse de convergence nulle par bande (plateaux)







Réduction de modèles : Milieu poroélastique

En résumé

La construction d’une base de dimension réduite à partir d’un problème aux valeurs propres généralisé classique, apparait comme une impasse :

- phénomènes physique en présence sont tels que les vecteurs propres effectifs sont complexes (phase entre éléments) et dépendent de la fréquence, instinctivement double le nombre de vecteurs réels à inclure dans la base

- de nombreux modes de circulation à faible excitabilité émergent, convergence par plateaux difficile à contrôler

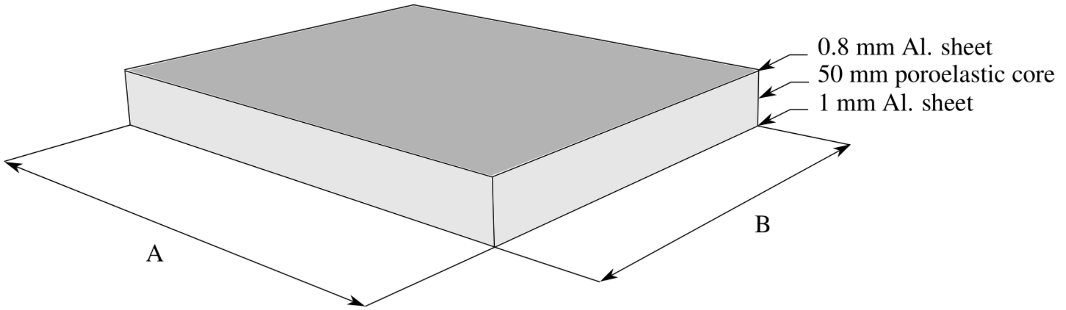
Réduction de modèles : Milieu poroélastique

Proposition d'une stratégie originale

Constat : chercher une solution générale pour les déplacements du milieu poroélastique apparait comme inefficace

Démarche : construire une base de projection dépendante des conditions aux limites du problème

Dans les faits : couplage à des domaines structuraux ou acoustiques pour lesquels une base de dimension réduite peut être construite



<u>Le domaine poroélastique ne répond qu'à un petit nombre d'excitations admissibles de la part des domaines adjacents</u>

Réduction de modèles : Milieu poroélastique

Proposition d'une stratégie originale

Base de projection de dimension réduite construite pour le domaine adjacent et conditions de continuité donnent base de projection pour les déplacements du milieu poroélastique aux interfaces

$$\mathbb{U}_\Gamma^{\mathrm{s}} \simeq [\mathcal{U}_\Gamma^{\mathrm{s}}]\ \mathbf{q}^{\mathrm{s}}$$

$$[\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{s}}]\mathbb{U}_\Gamma^{\mathrm{s}} + [\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{p}}]\mathbb{U}_\Gamma^{\mathrm{p}} = 0$$

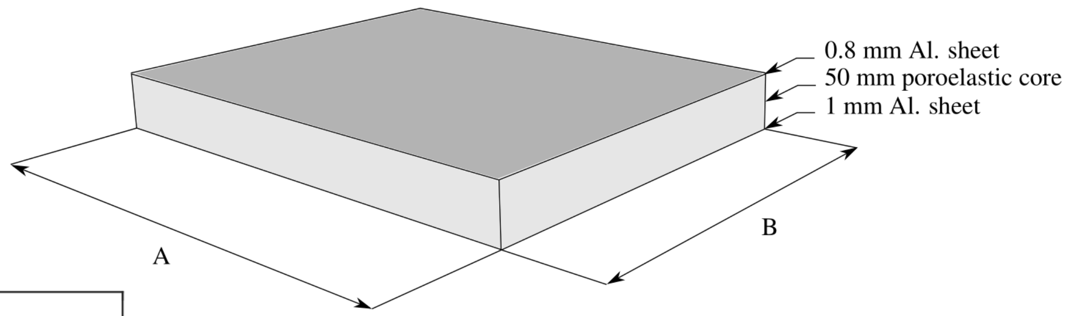
$$\mathbb{U}_\Gamma^{\mathrm{p}} \simeq -[\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{p}}]^{-1}[\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{s}}][\mathcal{U}_\Gamma^{\mathrm{s}}]\ \mathbf{q}^{\mathrm{s}}$$

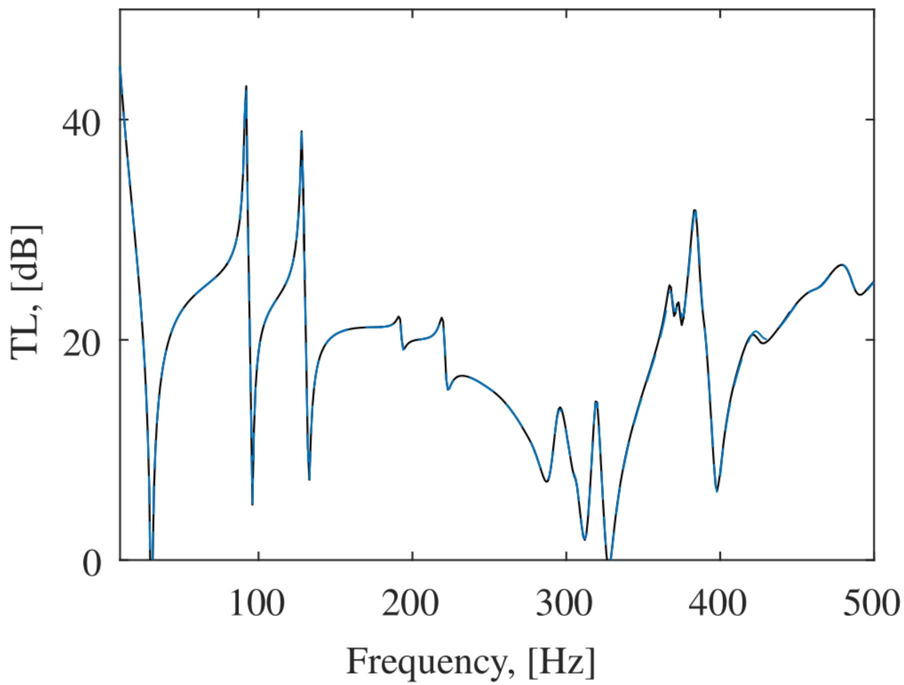
Construction d'une base de projection pour le milieu poroelastique de la dimension de celle du domaine adjacent. Coût : factorisation de la raideur dynamique interne en un nombre limité de points de fréquence

$$[\mathcal{U}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{p}}(\omega_k)] = [\mathbb{A}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{P}}(\omega_k)]^{-1}[\mathbb{A}_{\mathrm{I},\Gamma}^{\mathrm{P}}(\omega_k)][\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{p}}]^{-1}[\mathcal{B}_\Gamma^{\mathrm{s}}][\mathcal{U}_\Gamma^{\mathrm{s}}]$$

Réduction de modèles : Milieu poroélastique

Application numérique





Indice d'affaiblissement en incidence normale d'un panneau multicouches.

Trois points de fréquence : 0, 250 500 Hz

Merci de votre attention

Corentin Coguenanff
CSTB
corentin.coguenanff@cstb.fr