Projet OPALHA

Outil de Prévision Acoustique pour l'Habitat et le milieu urbAin

De la théorie de la diffusion à la modélisation des phénomènes acoustiques

Cédric Foy
Dter-Est / LRS

Projet OPALHA

Dans les grandes lignes :

- o Laboratoires participants :
  - o LASIE (Univ. La Rochelle)
  - o Insitut P’ (Univ. Poitiers)
  - o Ifsttar
  - o CEREMA
- o Financement ADEME
- o Projet de longue durée : 3 conventions ADEME
- o Dernière convention signée le 27 novembre 2012 (4 ans)
- o Acoustique Urbaine et Acoustique du Bâtiment
- o Objectif : mise à disposition d’un outil de prévision acoustique auprès de la communauté scientifique et technique

Plan

I o La théorie du transport au sein d’un milieu diffusant

II o Un processus de transport particulier : la diffusion

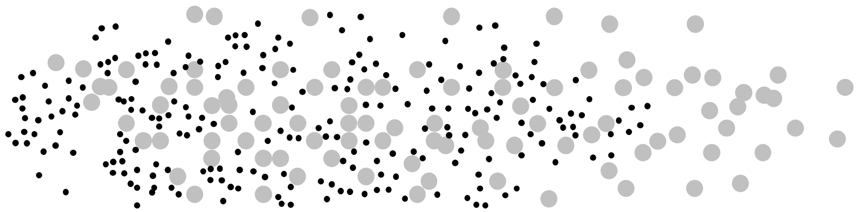
III o Application au cas de l’acoustique des salles : le Modèle de Diffusion Acoustique

IV o Le Modèle de Diffusion Acoustique : extensions

I - La théorie du transport au sein d'un milieu diffusant

o [Morse & Feshbach, 1953]

o Pénétration d'un « milieu diffusant » au sein d'un « milieu diffuseur »



Exemple : lumière à travers un brouillard

o Milieux constitués d'un grand nombre *N* d'éléments , de particules.

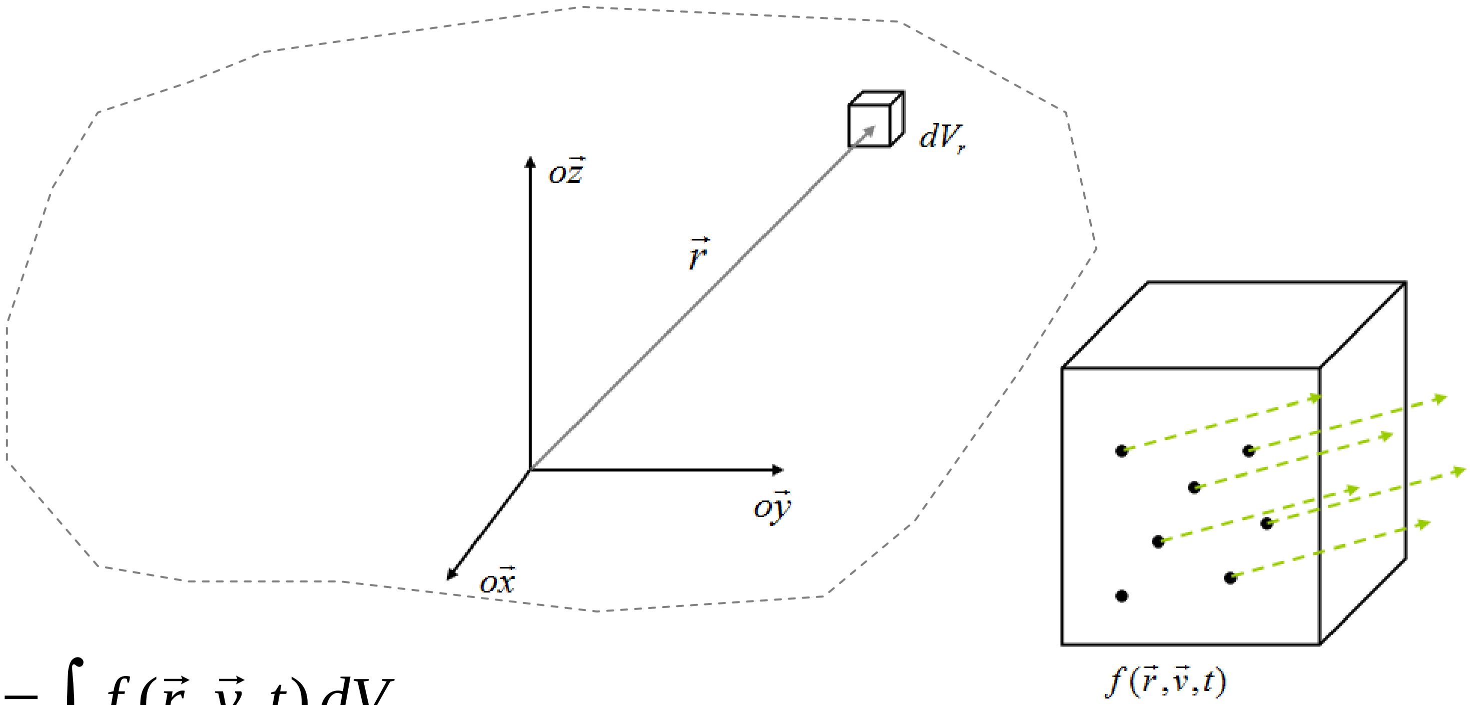
o Éléments diffuseurs au repos

o Impossibilité de définir $\vec{r}$ (position) et $\vec{v}$ (vitesse) dans l'espace des phases $dV_r\, dV_v$ pour toutes les *N* particules du milieu diffusant

o Théorie cinétique

o Particules diffusantes •

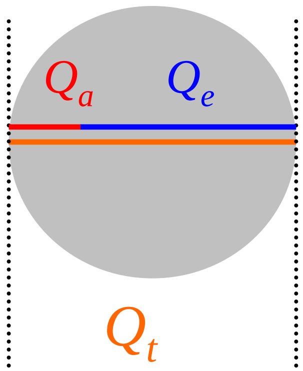
o Introduction d'une fonction de distribution $f\left(\vec{r},\vec{v},t\right)$: Probabilité de répartition des N particules diffusantes dans l'espace des phases $dV_r \, dV_v$

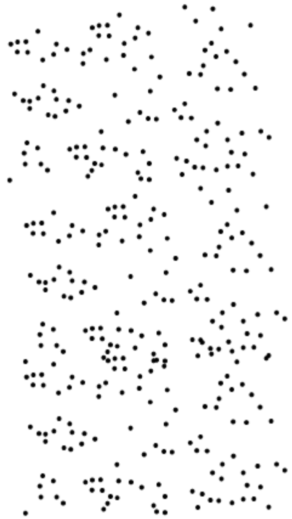


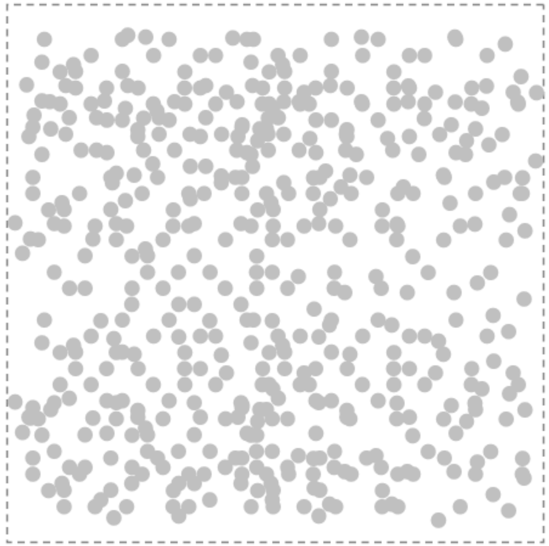
$$N(\vec{r},t) = \int_{V_v} f(\vec{r},\vec{v},t)\, dV_v$$

Théorie du transport - contexte - grandeurs - modélisation

- Éléments diffuseurs ●
- Densité d'éléments diffuseurs n_t





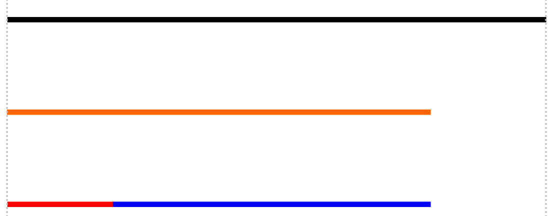


- Probabilité de collision P_t, d'absorption P_a, de réflexion élastique P_e

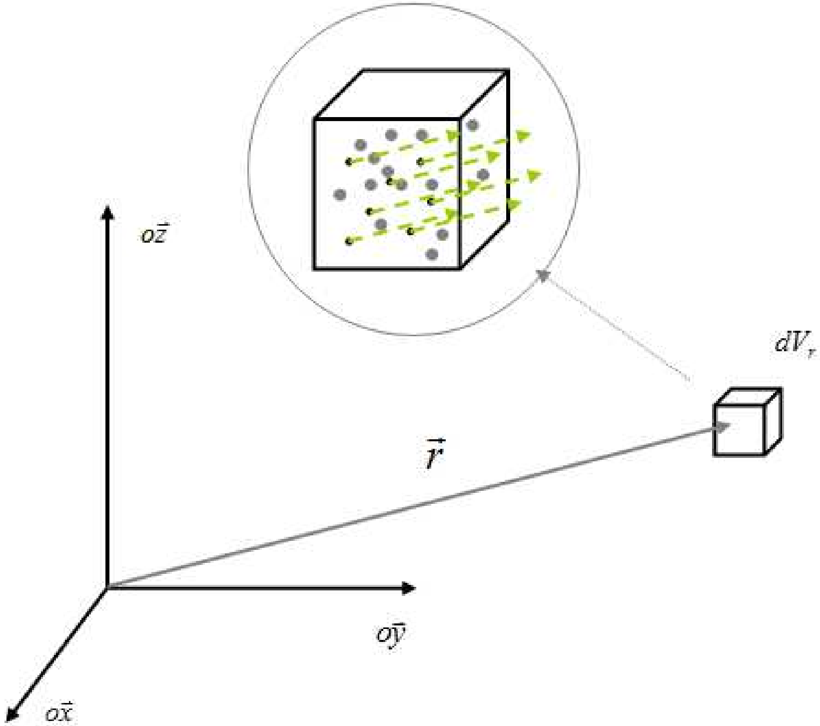
1

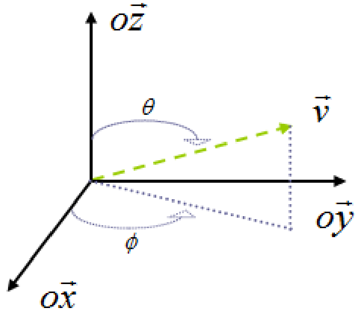
$$P_t = {n_t Q_t}/{1}$$

$$P_a = {n_t Q_a}/{1}, P_e = {n_t Q_e}/{1}$$



o Étude de la propagation des particules diffusantes de direction de propagation $\vec{v}$ au cours du temps dt





$$dV_v = v^2 dv \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

o Variation de la fonction de distribution $\dfrac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t}$?

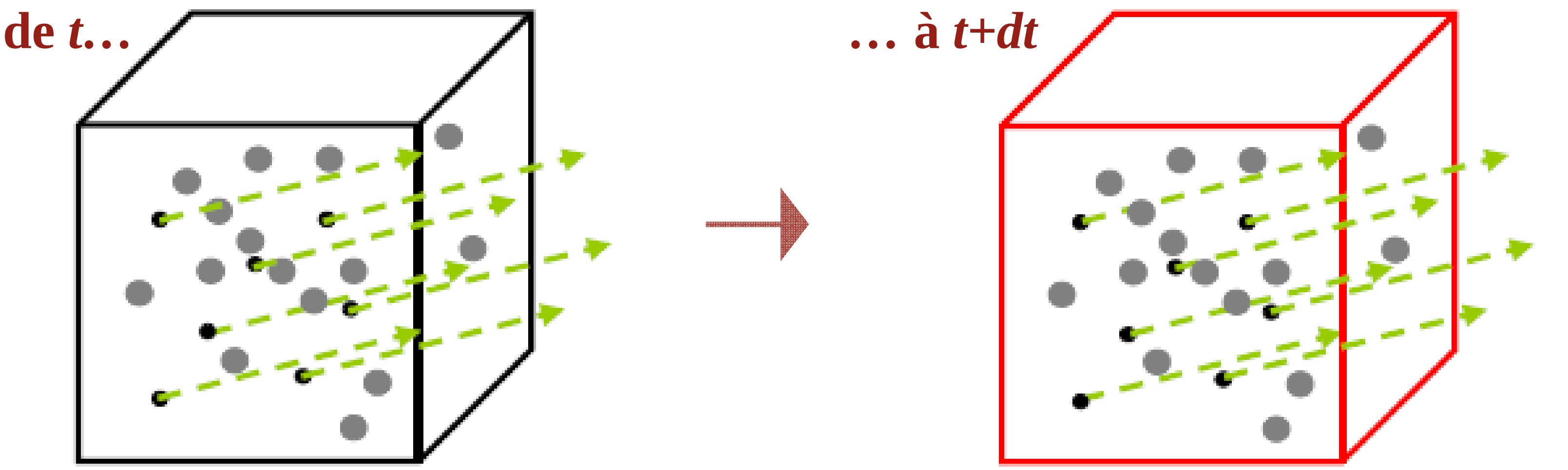
Théorie du transport - contexte - grandeurs - modélisation

<u>Phénomène 1/5</u> : les moins

- Nombre des particules diffusantes $\vec{v}$ situées en $\vec{r}$ à l'instant t ...

...et parvenant en $\vec{r} + \vec{v}\,dt$ à l'instant $t + dt$ sans subir de collisions

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{v},t) \ldots$$

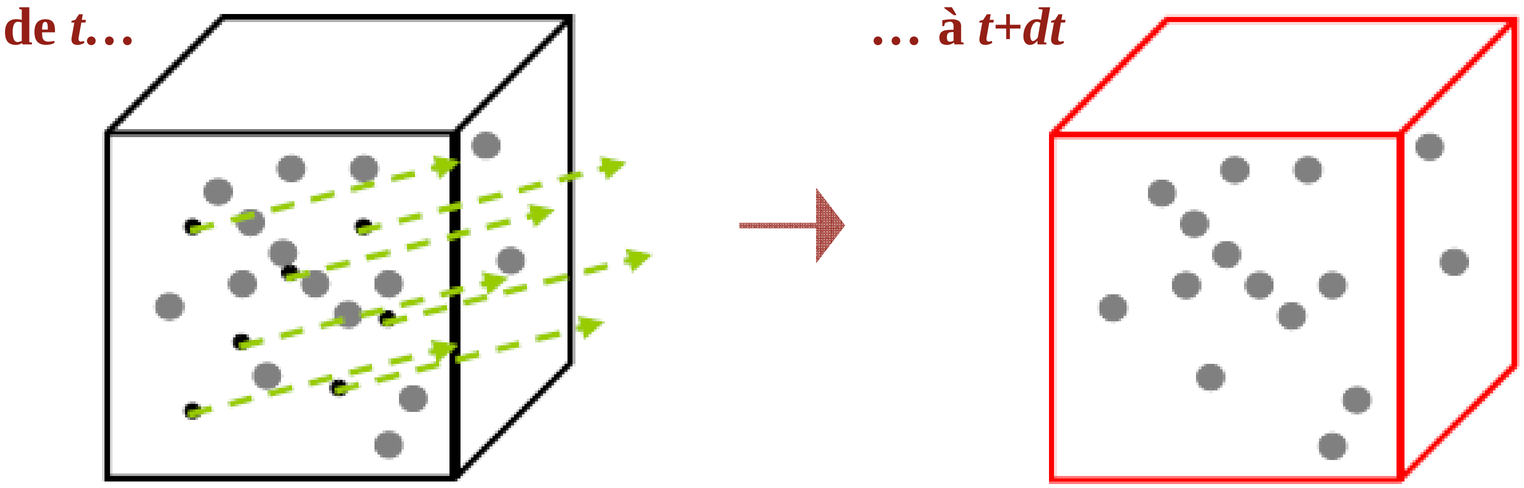


Phénomène 2/5 : les moins

◦ Nombre des particules diffusantes $\vec{v}$ situées en $\vec{r}$ à l'instant t ...

... subissant une collision et étant absorbées pendant le temps dt

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = \ldots - \frac{n_t Q_a}{1} v \; f(\vec{r},\vec{v},t)\ldots$$



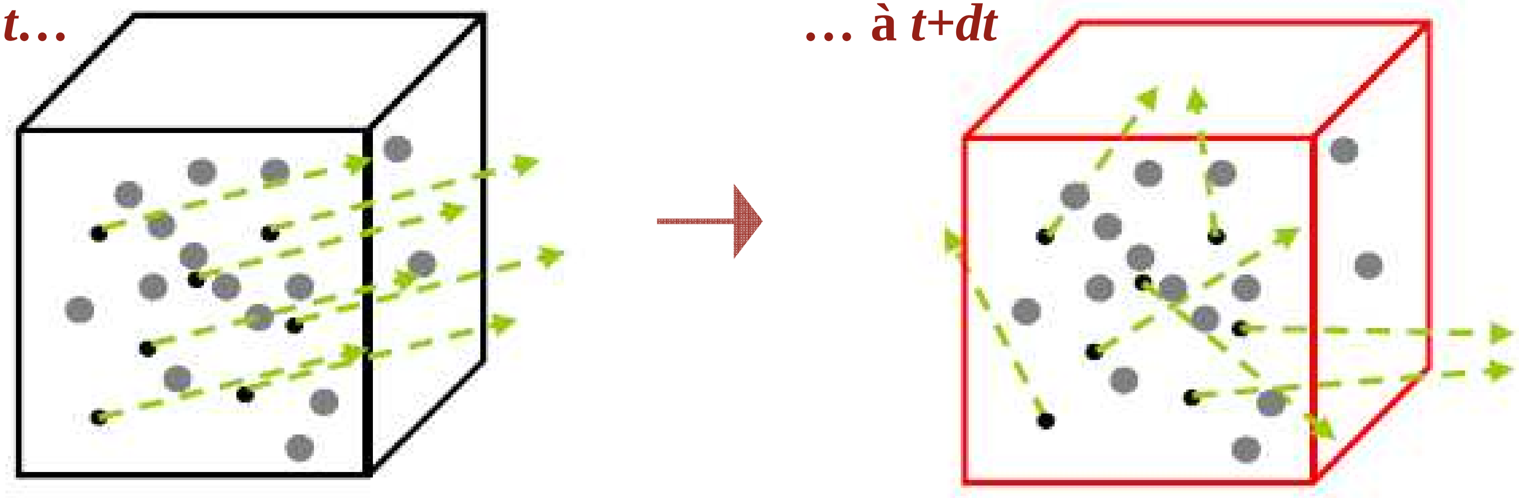
Phénomène 3/5 : les moins

◦ Nombre des particules diffusantes $\vec{v}$ situées en $\vec{r}$ à l'instant t ...

... subissant une collision et étant réfléchies $\vec{v}'$ pendant le temps dt

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = \ldots - \frac{n_t Q_e}{1} v \; f(\vec{r},\vec{v},t) \ldots$$

de *t*… **… à *t+dt***



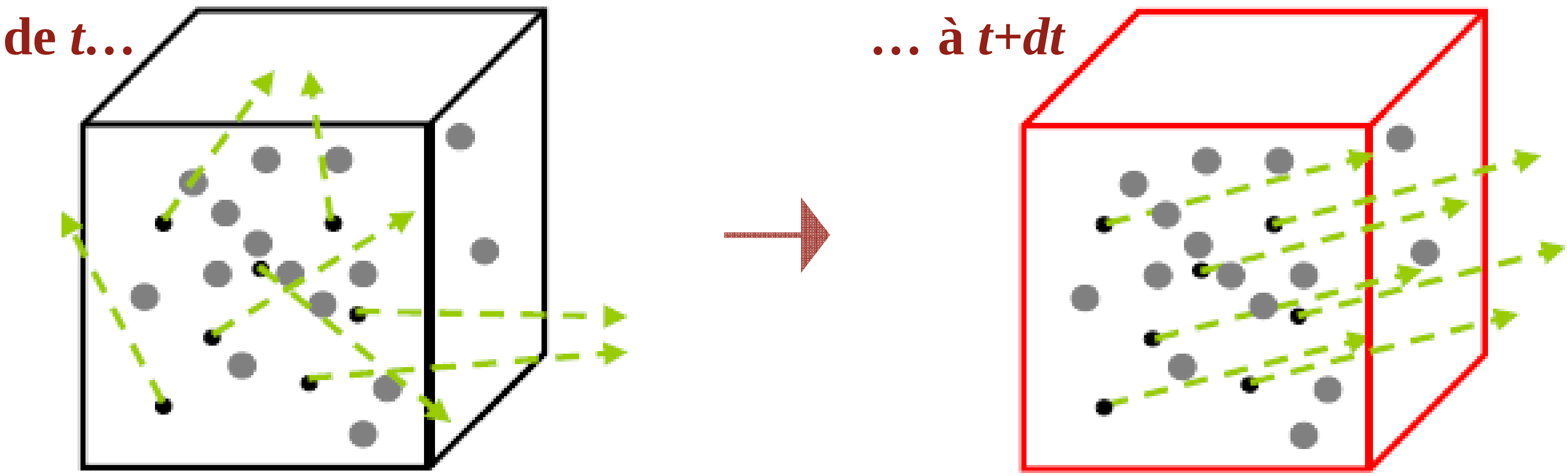
Phénomène 4/5 : les plus

- Nombre de particules diffusantes $\vec{v}'$ situées en $\vec{r}$ à l'instant t ...

... subissant une collision et étant réfléchies $\vec{v}$ pendant le temps *dt*

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = \ldots + \frac{n_t Q_e}{1} v' \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f(\vec{r},v',\theta',\varphi',t)\frac{\sin\theta' \, d\theta' d\varphi}{4\pi}\ldots$$

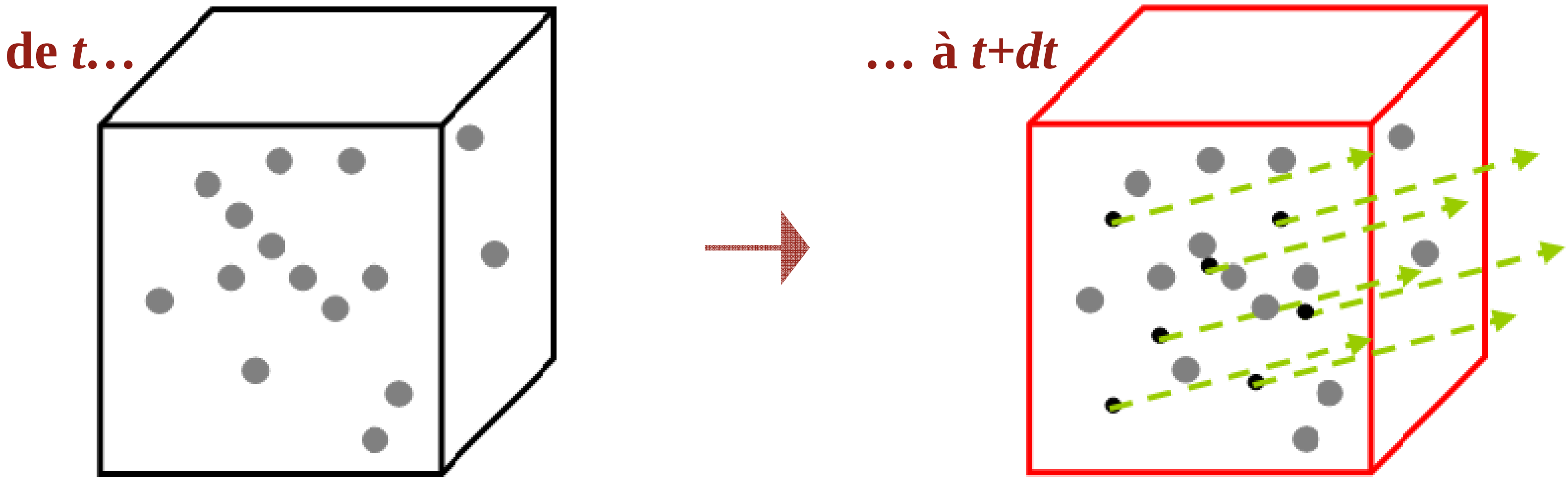
équiprobabilité des directions de réflexions



Phénomène 5/5 : les plus

◦ *Terme source ...*

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = \ldots + q(\vec{r},\vec{v},t)$$



o Équation bilan de transport :

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(\vec{r},\vec{v},t)}{\partial t} = & - \vec{v}\cdot\vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{v},t) \\ & - n_t Q_a v\, f(\vec{r},\vec{v},t) \\ & - n_t Q_e v\, f(\vec{r},\vec{v},t) \\ & + n_t v' Q_e \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} f(\vec{r},\vec{v}',t)\frac{\sin\theta'}{4\pi}\, d\theta'\, d\phi' \\ & + q(\vec{r},\vec{v},t)\end{aligned}$$

$$w(\vec{r},t) = x\int_{V_v} f(\vec{r},\vec{v},t)\, dV_v$$

Densité effective *(ou masse volumique si particules avec masse x = m)*

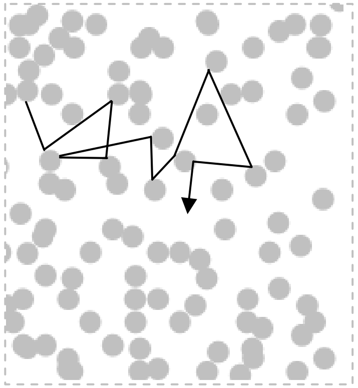
$$\vec{I}(\vec{r},t) = \int_{V_v} \vec{v}\, f(\vec{r},\vec{v},t)\, dV_v$$

Flux

II – Un processus de transport Particulier : la diffusion

Un processus de transport particulier : la diffusion

- Distance moyenne parcourue entre deux collisions λ_{LPM}



- Hypothèses

$$H1: \frac{\partial w}{\partial \lambda_{LPM}} << 1 \quad H2: \frac{\partial I}{\partial \lambda_{LPM}} << 1 \quad H3: \frac{J}{v} << w$$

- Forme de la fonction de distribution

$$f(\vec{r},\vec{v},t) = \frac{1}{4\pi} w(\vec{r},v,t) + \frac{3}{4\pi v} \vec{v} \cdot \vec{I}(\vec{r},v,t)$$

Un processus de transport particulier : la diffusion

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{4\pi}w(\vec{r},v,t)+\frac{3}{4\pi v}\vec{v}\cdot\vec{I}(\vec{r},v,t)\right] = \; & -\;\vec{v}\cdot\vec{\nabla}\left[\frac{1}{4\pi}w(\vec{r},v,t)+\frac{3}{4\pi v}\vec{v}\cdot\vec{I}(\vec{r},v,t)\right]\\ & -\;n_tQ_av\left[\frac{1}{4\pi}w(\vec{r},v,t)+\frac{3}{4\pi v}\vec{v}\cdot\vec{I}(\vec{r},v,t)\right]\\ & -\;n_tQ_ev\left[\frac{1}{4\pi}w(\vec{r},v,t)+\frac{3}{4\pi v}\vec{v}\cdot\vec{I}(\vec{r},v,t)\right]\\ & +\;n_tv'Q_e\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{1}{4\pi}w(\vec{r},v',t)+\frac{3}{4\pi v}\vec{v}\cdot\vec{I}(\vec{r},v',t)\right]\frac{\sin\theta'}{4\pi}d\theta\theta'd\varphi\\ & +\;q(\vec{r},\vec{v},t)\end{aligned}$$

- Étape 1 : séparation en deux équations suivant que le signe des termes change ou non lorsque la vitesse est inversée
- Étape 2 : intégration sur l’ensemble des directions des vitesses

- Équation 1 : équation de diffusion pour la densité *w*

$$\frac{\partial}{\partial t} w(\vec{r},t) = \frac{v}{3n_t Q_t} \Delta w(\vec{r},t) - n_t Q_a \, v \, w(\vec{r},t) + q(\vec{r},t)$$

- Équation 2 : équation de gradient pour le flux *I*

$$\vec{I}(\vec{r},t) = -\frac{v}{3n_t Q_t} \vec{\nabla} w(\vec{r},t)$$

- Introduction de constantes de diffusion et d'absorption

$$D = \frac{v}{3n_t Q_t} \quad \left[m^2 s^{-1}\right] \qquad \sigma = n_t Q_a v \quad \left[s^1\right]$$

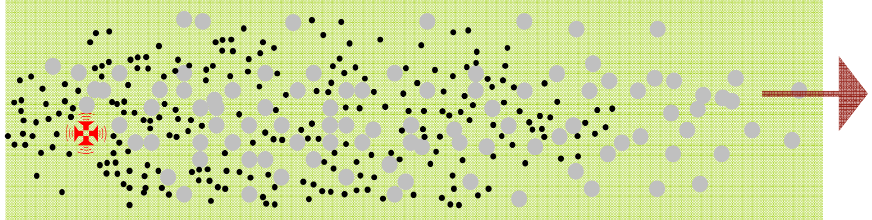
v : vitesse des particules

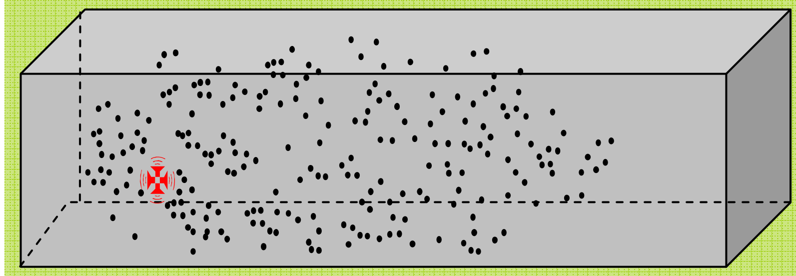
D : coefficient de diffusion

σ : terme d'absorption

III – Application au cas de l'acoustique des salles : le Modèle de Diffusion Acoustique

- …vers l’acoustique des salles…





$$w(\vec{r},t) = x\int_{V_v} f(\vec{r},\vec{v},t)\,dV_v \qquad \Rightarrow \qquad w_{ac}(\vec{r},t) = e\int_{V_c} f(\vec{r},\vec{c},t)\,dV_c$$

e : énergie acoustique élémentaire

- Passage de la densité acoustique à la pression acoustique

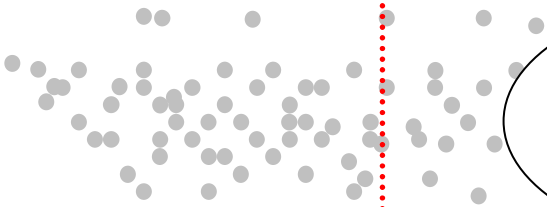
$$p_{ac}^2(\vec{r},t) = w_{ac}(\vec{r},t)\times\rho_0 c^2$$

c : vitesse du son , ρ_0: densité volumique de l'air

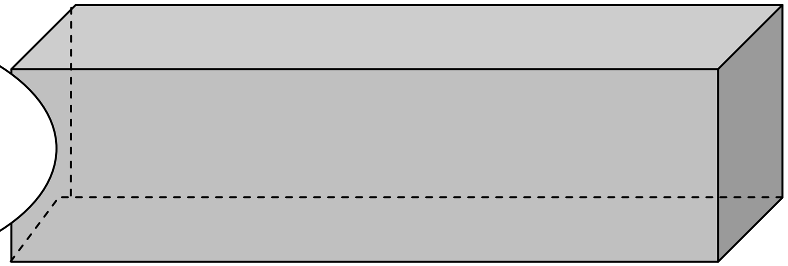
- Expression des constantes…

$$D = \frac{v}{3 n_t Q_t} \qquad \sigma = n_t Q_a v$$

…surface identique entre diffuseurs et parois de la salle



$$\frac{S}{V} = n_t \times 4\pi R^2 = n_t \times 4 Q_t$$



$$D = \frac{4V}{S}\frac{c}{3} \qquad \sigma = \alpha\, c\, \frac{S}{4V}$$

c	*vitesse du son*
W_s	*puissance source*
V	*volume salle*
S	*surface parois*
α	*absorption parois*

- Introduction d'une condition aux limites

…du cas simple …

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t} w_{ac} = D\Delta w_{ac} - \sigma w_{ac} + W_s \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) & \vec{r} \in dV \\ D\dfrac{\partial w_{ac}(\vec{r},t)}{\partial n} = 0 & \vec{r} \in dS \end{cases}$$

→ Flux nul

…au cas plus réaliste

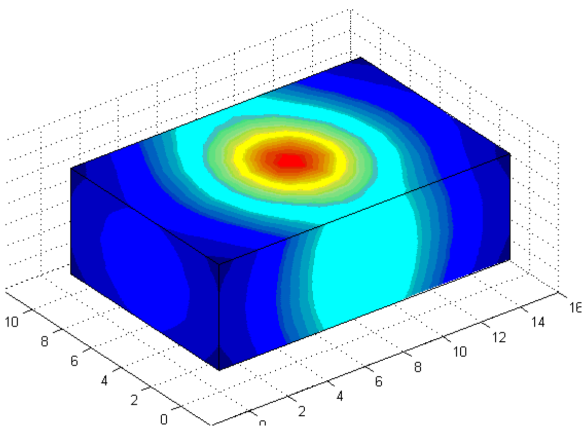
$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t} w_{ac} = D\Delta w_{ac} + W_s \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) & \vec{r} \in dV \\ -D\dfrac{\partial w_{ac}}{\partial n} = h\ w_{ac} = \dfrac{c\alpha}{4} w_{ac} & \vec{r} \in dS \end{cases}$$

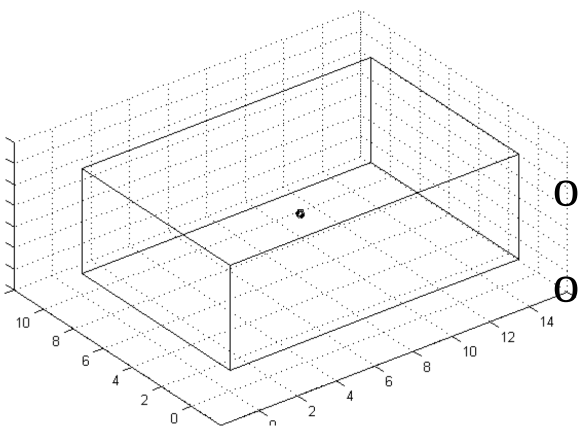
→ Condition de Dirichlet

h	coefficient d'échange
α	coefficient d'absorption
ρ_0	densité de l'air
W_s	puissance de la source
n	normale extérieure

- Le Modèle de Diffusion Acoustique

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t} w_{ac} = D\Delta w_{ac} + W_s \delta(\vec{r} - \vec{r}_s) \quad \vec{r} \in dV & \rightarrow \text{Équation de diffusion} \\ -D \dfrac{\partial w_{ac}}{\partial n} = h\, w_{ac} \quad \vec{r} \in dS & \rightarrow \text{Condition aux limites} \\ D = \dfrac{4V}{S}\dfrac{c}{3} \quad h = \dfrac{c\alpha}{4} & \rightarrow \text{Constantes} \end{cases}$$





- Résolution par éléments finis
- Temps de calcul faible

IV – Le Modèle de Diffusion Acoustique : extensions

- Prise en compte de la diffusivité des parois

$$D = \frac{c}{3}\frac{4V}{S}\left[-2.24\ln(s)+1.55\right]$$

s : coefficient de diffusivité des parois

- Prise en compte de l'atténuation atmosphérique

$$\frac{\partial w_{ac}}{\partial t} - D\Delta w_{ac} + mc\, w_{ac} = W_s \delta(\vec{r} - \vec{r}_s)$$

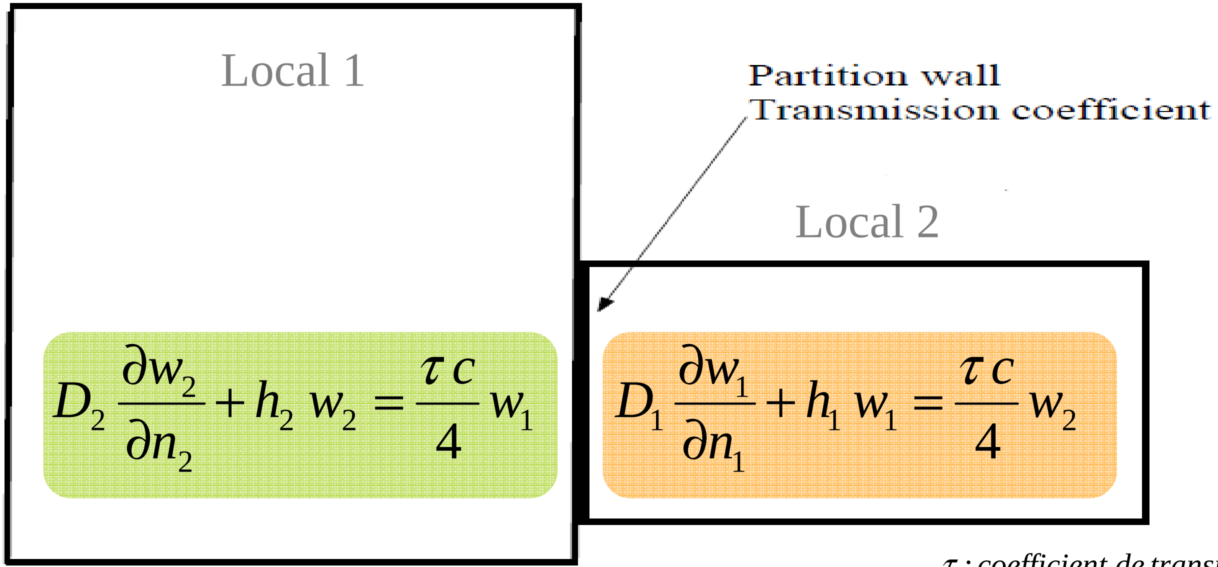
m : coefficient d' atténuation atmosphérique

- Prise en compte de fortes absorptions surfaciques

$$h = -\frac{c\ln(1-\alpha)}{4} \qquad h = \frac{\alpha}{2(2-\alpha)}$$

Modèle de Diffusion Acoustique : extensions

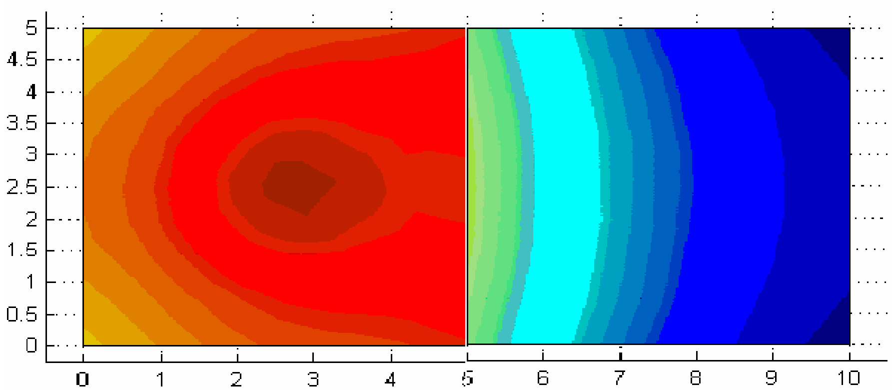
o Prise en compte de la transmission (couplage)



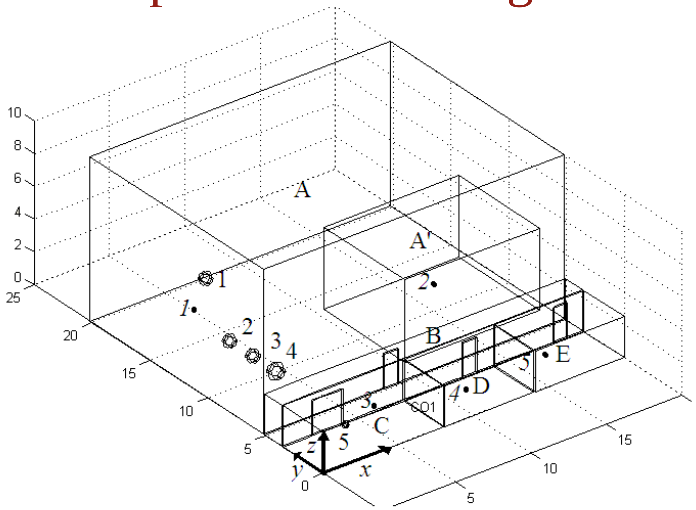
$$D_2 \frac{\partial w_2}{\partial n_2} + h_2\, w_2 = \frac{\tau\, c}{4} w_1$$

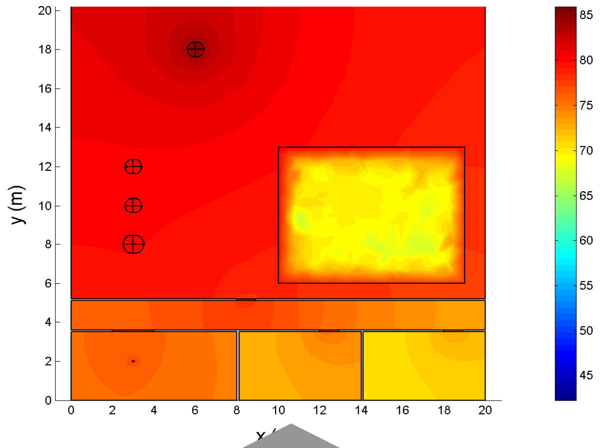
$$D_1 \frac{\partial w_1}{\partial n_1} + h_1\, w_1 = \frac{\tau\, c}{4} w_2$$

τ : coefficient de transmission des parois

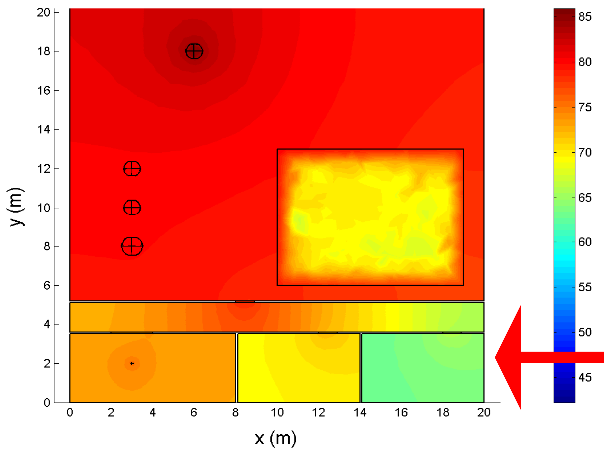


o Outil d'optimisation en ingénierie acoustique





Plafond Réfléchissant



Plafond Absorbant

Merci de votre attention