Introduction de la diffusivité des parois au sein du modèle de diffusion acoustique

C. Foy, Cerema, Direction Territoriale Est, 11 rue Jean Mentelin, BP9, 67035 Strasbourg Cedex 2, France, cedric.foy@cerema.fr

J. Picaut, LUNAM Université IFSTTAR, AME, LAE, Centre de Nantes, CS 4, Route de Bouaye, F-44341 Bouguenais, France, judicael.picaut@ifsttar.fr

V. Valeau, Institut PPRIME, UPR 3346, CNRS-Université de Poitiers-ENSMA, ENSIP-Bât.17, 6 rue Marcel Doré, 86022 Poitiers Cedex, France, vincent.valeau@univ-poitiers.fr

Plan

I. Le modèle de diffusion acoustique classique

II. Le modèle de diffusion acoustique étendu

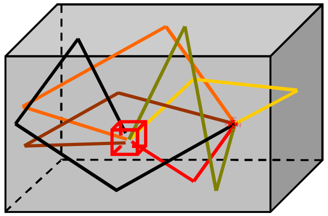
III. Validation

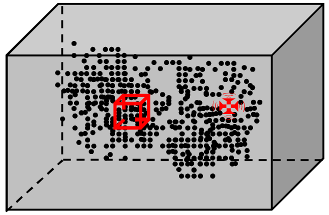
IV. Conclusion et perspectives

Modèles de Prévision Acoustiques Existants

- Théorie de Statistique de la réverbération
- Approches géométriques : sources-images (spéculaires), radiosité (diffuses)

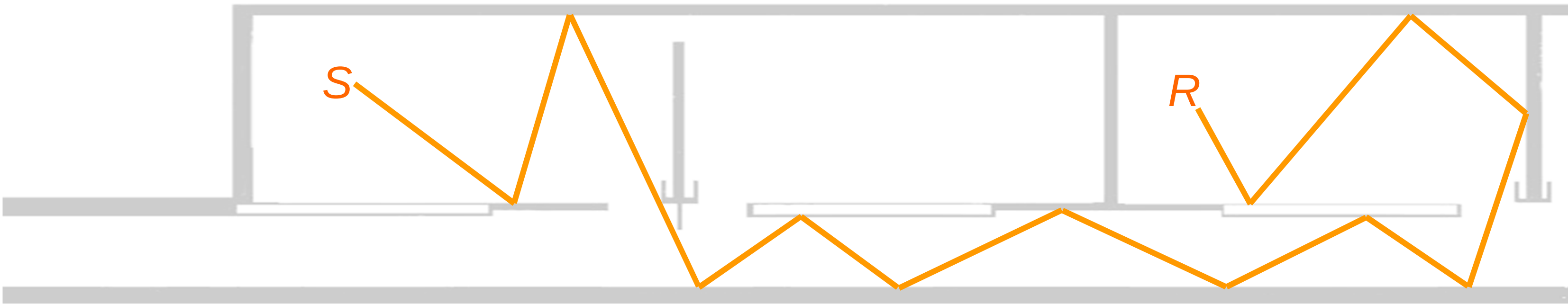
- Approches de type Monte-Carlo





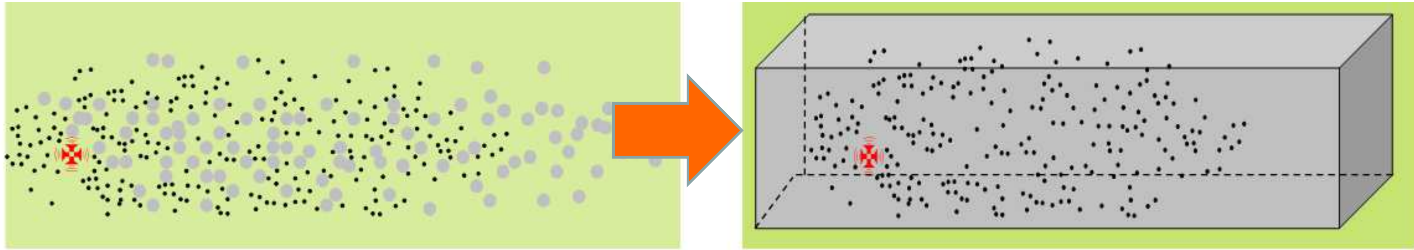
s coefficient de diffusivité 0 (spéculaire) $< s <$ 1 (diffus)

Limites d'application : temps de calcul

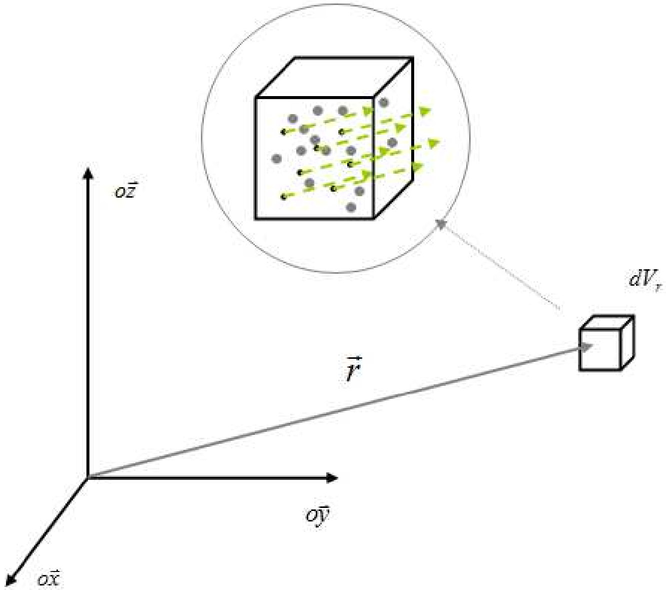


I. Le modèle de diffusion acoustique classique

• Analogie entre la propagation de particules à travers des éléments diffuseurs et la propagation de particules sonores *via* les réflexions aux parois



• Introduction de la notion de fonction de distribution $f(\vec{r}, \vec{c}, t)$



• Grandeurs physiques

$$w(\vec{r},t) = \iint f(\vec{r},\vec{c},t)\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$ densité d'énergie

$$\vec{I}(\vec{r},t) = \iint \vec{c}\; f(\vec{r},\vec{c},t)\sin\theta\, d\theta\, d\phi$$ intensité

- Équation de transport pour une direction de propagation $\vec{c}$

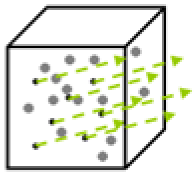
$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{c},t)}{\partial t} = \underbrace{-\vec{c}.\vec{\nabla} f(\vec{r},\vec{c},t)}_{\text{Propagation sans collision}} \underbrace{- Q_a c\, f(\vec{r},\vec{c},t)}_{\text{Absorption}} + \underbrace{q(\vec{r},\vec{c},t)}_{\text{Source}} + \underbrace{[\mathrm{A}]}_{\text{Terme de réflexion}}$$

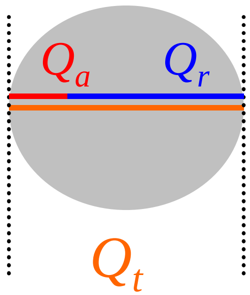
$f(\vec{r},\vec{c},t)$	fonction de distribution des particules diffusantes (particules sonores)
$\vec{c}$	vitesse de propagation (vitesse du son)
$q(\vec{r},\vec{c},t)$	terme source
Q_a	section transversale d'absorption des éléments diffuseurs (parois)
[A]	terme de réflexion

- Terme de réflexion [A]

$$[\mathrm{A}] = -Q_r\, c\, f(\vec{r},\vec{c},t) + Q_r \iint P(\vec{r},\vec{c}\,'\rightarrow \vec{c})\sin\theta' d\theta' d\phi'$$

$\boxed{P(\vec{r},\vec{c}\,' \rightarrow \vec{c}) \quad \text{probabilité de réflexion}}$





Q_r section transversale de réflexion

$Q_t = Q_a + Q_r$ section transversale totale

- Diffusion uniforme

$$P(\vec{r},\vec{c}\,'\rightarrow \vec{c}) = {}^{1}\!/_{4\pi} \quad \Longrightarrow \quad [\mathrm{A}] = -Q_r \frac{3}{4\pi c}\vec{c}.\vec{I}(\vec{r},t)$$

• De l'équation de transport à l'équation de diffusion : **approximation P1**

$$f(\vec{r},\vec{c},t) = \frac{1}{4\pi} w(\vec{r},t) + \frac{3}{4\pi c^2} \vec{c}.\vec{I}(\vec{r},t)$$

1. En introduisant cette expression au sein de l'équation de transport
2. En séparant les termes qui changent ou non de signe lorsque la direction de propagation $\vec{c}$ change de sens
3. En intégrant sur les directions de propagation (θ,ϕ)

• Nous obtenons une **équation de gradient** et une **équation de diffusion**

Morse and Feshbach, Methods of theoritical physics, 1953

- **Équation de gradient** associée à l'intensité (loi de Fick)

$$\vec{I}(\vec{r},t) = -D\vec{\nabla} w(\vec{r},t)$$

- **Équation de diffusion** associée à la densité d'énergie

$$\frac{\partial w(\vec{r},t)}{\partial t} = \vec{\nabla}.\left(D\vec{\nabla} w(\vec{r},t)\right) - \underbrace{Q_a\, c\, w(\vec{r},t)}_{\text{Absorption}} + \underbrace{q(\vec{r},t)}_{\text{Source}}$$

- Avec le **coefficient de diffusion**

$$\boxed{D = \frac{c}{3}\frac{1}{Q_t} = \frac{\lambda c}{3}}$$

λ libre parcours moyen

Morse and Feshbach, Methods of theoritical physics, 1953

- Adaptation au cas de l'acoustique des salles (Picaut, 1999)

$$\lambda = \frac{1}{Q_t} = \frac{4V}{S} \Rightarrow \boxed{D = \frac{c}{3}\frac{4V}{S} = D_{\mathrm{cl}}}$$

c : Vitesse du son
V : Volume de la salle
S : Surface de la salle

- Le modèle de diffusion acoustique classique

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w(\vec{r},t)}{\partial t} = D_{\mathrm{cl}} \Delta w(\vec{r},t) + q(\vec{r},t) & \vec{r} \in V \\ -D_{\mathrm{cl}} \dfrac{\partial w(\vec{r},t)}{\partial n} = \dfrac{c\alpha}{4} w(\vec{r},t) & \text{condition aux limites} \\ + \text{condition initiale} & \end{cases}$$

✓ Validé pour le cas des salles purement diffuses : de dimensions homogènes ou de formes allongées faiblement absorbantes

II. Généralisation : le modèle de diffusion acoustique étendu

- *Intégration de la diffusivité des parois*

- terme de réflexion [A]

- Introduction de la diffusivité des parois à partir de la probabilité de réflexion

$$\boxed{P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}) = (1-s)\times P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}|sp) + s\times P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}|nsp)}$$

s coefficient de diffusivité des parois ($s=0$ spéculaires, $s=1$ diffuses)

$P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}|sp)$ probabilité que les directions d'incidence et de réflexion soient $\vec{c}'$ et $\vec{c}$ si la réflexion est spéculaire

$P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}|nsp)$ probabilité que les directions d'incidence et de réflexion soient $\vec{c}'$ et $\vec{c}$ si la réflexion est non spéculaire

- **Réflexions mixtes**

$$P(\vec{r},\vec{c}'\rightarrow\vec{c}) = (1-s)\times\delta(\vec{c}'-\hat{\vec{c}}) + s\times C\left|\sin\theta\cos\phi\right|^m$$

$$\begin{cases}
\hat{\vec{c}}\cdot\vec{n} = -\vec{c}\cdot\vec{n} & \text{Réflexion spéculaire } (\vec{n}: \text{normale à la paroi}) \\
C & \text{Constante de normalisation} \\
m & \text{Entier positif} \\
m=0 & \text{Probabilité de réflexion Uniforme} \\
m=1 & \text{Probabilité de réflexion Lambertienne}
\end{cases}$$

- Terme de réflexion

$$[\mathrm{A}] = -\frac{3Q_r}{4\pi c}\left\{(1-s)\vec{I}(\vec{r},t).\left[\vec{c}-\hat{\vec{c}}\right] + s\times C\left|\sin\theta\cos\phi\right|^m \iint \vec{I}(\vec{r},t)\cdot(\vec{c}-\vec{c}\,')\sin\theta' d\theta' d\phi'\right\}$$

- En reprenant le développement analytique de l'approximation P1, nous obtenons :
  - Les mêmes équations de gradient et de diffusion
  - Avec une nouvelle expression du coefficient de diffusion

$$\boxed{D = \frac{c}{3}\frac{1}{Q_a + Q_r s}}$$

  - Expression indépendante de la valeur de m

- Adaptation au cas de l'acoustique des salles à réflexions mixtes

$$\Rightarrow \quad D = \frac{c}{3}\frac{1}{Q_t}\frac{1}{\frac{Q_a}{Q_t}+\frac{Q_r}{Q_t}s} = \boxed{\frac{c}{3}\frac{4V}{S}\frac{1}{\alpha + Rs} = D_{\mathrm{et}}}$$

α coefficient d'absorption

$R = 1-\alpha$ coefficient de réflexion

- Réflexions purement diffuses ($s=1$) :

$$\boxed{D_{\mathrm{cl}} = D_{\mathrm{et}} = \frac{c}{3}\frac{4V}{S}}$$

- Le modèle de diffusion étendu

$$\begin{cases} \dfrac{\partial w(\vec{r},t)}{\partial t} = D_{\mathrm{et}}\Delta w(\vec{r},t) + q(\vec{r},t) & \vec{r} \in V \\ -D_{\mathrm{et}}\dfrac{\partial w(\vec{r},t)}{\partial n} = \dfrac{c\alpha}{4} w(\vec{r},t) & \text{condition aux limites} \\ + \text{condition initiale} & \end{cases}$$

III. Validation

Aspects bibliographiques

• L'influence de la diffusivité s est faible dans le cas des salles de dimensions homogènes, mais importante lorsque la salle est de forme allongée

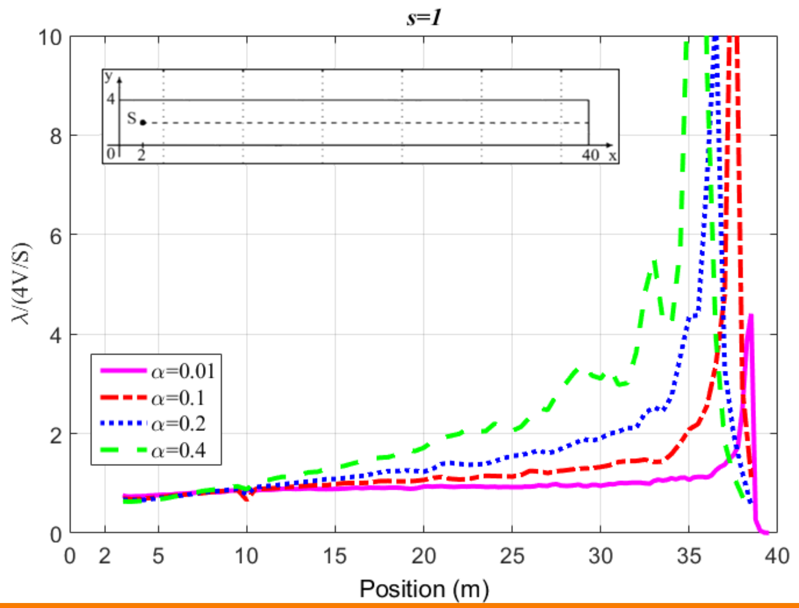
Foy, Acta Acustica United with Acustica, 2009

• Le libre parcours moyen n'est pas constant

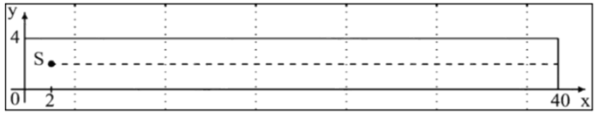
- Plus l'absorption α est importante, plus le libre parcours moyen augmente en fonction de la distance source-récepteur *Visentin, JASA, 2012*

• Salle allongée [40:4:4]

• Position source (2,2,2)

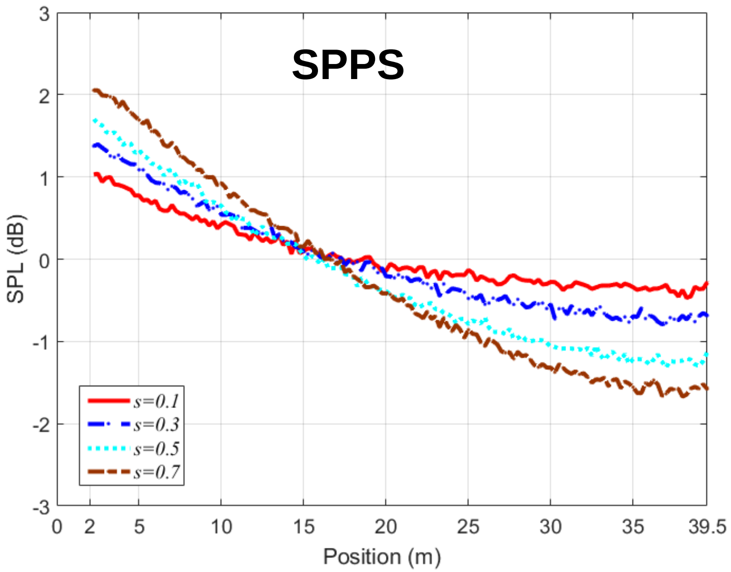


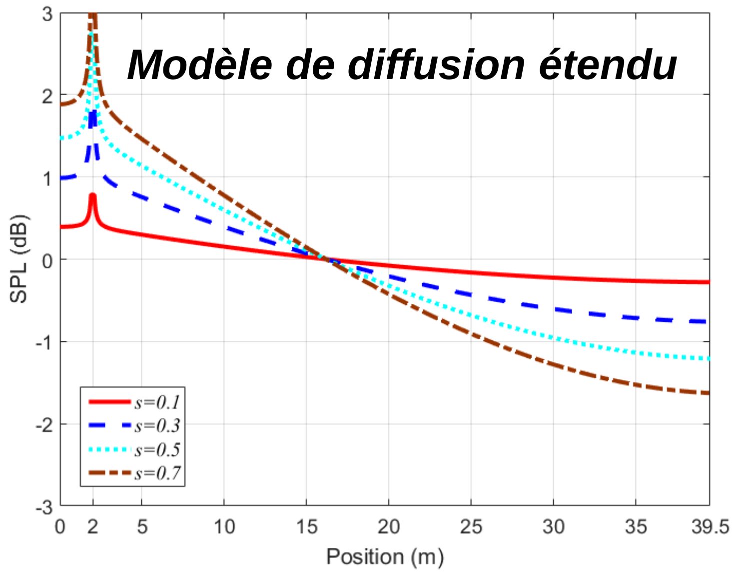
- Comparaison entre une approche de tir de particules SPPS (Ifsttar) et le modèle de diffusion étendu



- Salle retenue pour la validation :
    - Salle allongée [40:4:4]
    - Faible absorption $\alpha = 0.01$ ou $\alpha = 0.1$

- Décroissance spatiale du *SPL* : *absorption* $\alpha = 0.01$

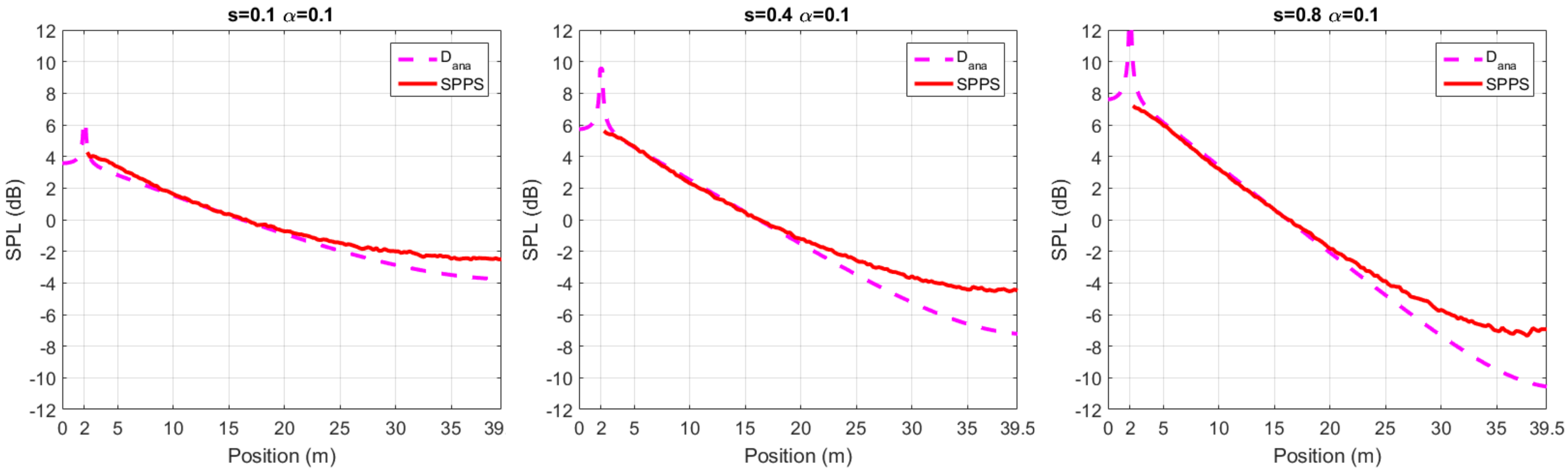




- Différence maximale de l'ordre de 0.5 dB

• Décroissance spatiale du niveau de pression *SPL*

• *absorption* $\alpha = 0.1$



• Différence maximale de l'ordre de 2 dB ($s=0.1$), 3 dB ($s=0.4$), 4 dB ($s=0.8$) à l'extrémité de la salle allongée

IV. Conclusion et perspectives

Nous avons rappelé

- le développement analytique du passage « équation de transport / équation de diffusion » pour le cas de la probabilité de réflexion uniforme
- l'expression du coefficient de diffusion associé

Nous avons

- proposé une nouvelle expression de la probabilité de réflexion permettant de considérer les réflexions mixtes (spéculaires / diffuses)
- obtenu une nouvelle expression du coefficient de de diffusion
- validé cette expression pour le cas des salles allongées de faible absorption

Nous chercherons

- à modéliser la variation spatiale du coefficient de diffusion observée pour le cas des salles allongées plus absorbantes

Merci pour votre attention

Informations complémentaires :

cedric.foy@cerema.fr

Merci à l'ADEME pour son soutien financier.